

آموزش کامل ۰ تا ۱۰۰ انحراف معیار:

۱. مفهوم انحراف معیار

انحراف معیار (Standard Deviation) یکی از مهم‌ترین معیارهای آماری برای اندازه‌گیری میزان پراکندگی داده‌ها نسبت به میانگین است. این شاخص نشان می‌دهد داده‌ها تا چه حد از مقدار متوسط فاصله دارند. هرچه انحراف معیار کوچک‌تر باشد، داده‌ها به میانگین نزدیک‌تر هستند. هرچه بزرگ‌تر باشد، پراکندگی داده‌ها بیشتر است.

۲. میانگین (Mean)

میانگین جامعه:

$$\mu = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) / n$$

میانگین نمونه:

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) / n$$

تعریف:

میانگین نقطه مرکزی داده‌هاست و مبنای محاسبه انحراف معیار محسوب می‌شود.

۳. انحراف از میانگین (Deviation)

برای هر داده داریم:

$$d_i = x_i - \mu$$

این مقدار نشان می‌دهد هر داده چقدر از میانگین فاصله دارد. مشکل اینجاست که جمع این انحراف‌ها همیشه صفر می‌شود، پس برای حل این مشکل مربع می‌گیریم.

۴. واریانس (Variance)

واریانس جامعه:

$$\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 / n$$

واریانس نمونه:

$$s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$$

تعریف:

واریانس میانگین مربع فاصله‌ها از میانگین است و پایه اصلی انحراف معیار محسوب می‌شود.

۵. انحراف معیار (Standard Deviation)

انحراف معیار جامعه:

$$\sigma = \sqrt{[\sum (x_i - \mu)^2 / n]}$$

انحراف معیار نمونه:

$$s = \sqrt{[\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)]}$$

تعریف:

انحراف معیار ریشه دوم واریانس است تا مقدار به واحد اصلی داده‌ها برگردد.

۶. فرم کامل محاسباتی (Computational Form)

برای جامعه:

$$\sigma = \sqrt{[(\sum x_i^2 / n) - \mu^2]}$$

که در آن:

$$\mu = (\sum x_i) / n$$

برای نمونه:

$$s = \sqrt{[(\sum x_i^2 - ((\sum x_i)^2 / n)) / (n - 1)]}$$

این فرم در محاسبات سریع بسیار کاربرد دارد.

۷. مراحل محاسبه دستی (روش استاندارد)

مرحله ۱: محاسبه میانگین

مرحله ۲: کم کردن میانگین از هر داده

مرحله ۳: مربع کردن اختلاف‌ها

مرحله ۴: جمع کردن مربع‌ها

مرحله ۵: تقسیم بر n یا $(n-1)$

مرحله ۶: گرفتن ریشه دوم

۸. مثال کامل محاسباتی

داده‌ها:

۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸

میانگین:

$$\mu = (10 + 12 + 14 + 16 + 18) / 5 = 70 / 5 = 14$$

انحراف‌ها:

$$10 - 14 = -4$$

$$12 - 14 = -2$$

$$14 - 14 = 0$$

$$16 - 14 = 2$$

$$18 - 14 = 4$$

مربع انحراف‌ها:

۱۶، ۴، ۰، ۴، ۱۶

جمع:

$$\sum (x_i - \mu)^2 = 40$$

واریانس جامعه:

$$\sigma^2 = 40 / 5 = 8$$

انحراف معیار:

$$\sigma = \sqrt{8} \approx 2.828$$

واریانس نمونه:

$$S^2 = \sum / n = 10$$

انحراف معیار نمونه:

$$S = \sqrt{10} \approx 3.162$$

جامعه: (Population)

تمام داده‌ها موجود است $\rightarrow$ تقسیم بر n

نمونه: (Sample)

بخشی از داده‌ها $\rightarrow$ تقسیم بر $(n - 1)$

دلیل: $(n-1)$

اصلاح خطای برآورد و جلوگیری از کم‌برآوردی واریانس

۱۰. تفسیر انحراف معیار

• نزدیک صفر: داده‌ها بسیار منسجم هستند

• متوسط: پراکندگی معمول

• بزرگ: داده‌ها بسیار پراکنده هستند

۱۱. ویژگی‌های مهم

• همیشه مثبت یا صفر است

• واحد آن با داده‌ها یکی است

• نسبت به داده‌های پرت حساس است

۱۲. کاربردها

• تحلیل آماری

• اقتصاد و بازار

• کنترل کیفیت

• علوم داده

• هوش مصنوعی

• مهندسی